

# CAMPIONE BASSO 2012

---

## ALGEBRA

### 7. Vuoto di memoria

Nel raccontare un suo viaggio nelle miniere di Toria, un viandante accennò a una parete rocciosa su cui era scritto qualcosa di particolare: si trattava di un polinomio, in cui il termine di grado più alto era  $x^4$  e il termine noto 12. Non ricordava altro di quella incisione, però sapeva che tutte le sue radici erano intere. Quanti diversi coefficienti poteva avere il termine di terzo grado?

### 14. Una fuga disperata

Linea è stata trasferita contro la sua volontà in una scuola speciale per giovani talenti della matematica. Il primo compito che le viene assegnato è questo: sapendo che  $x^{2008} - x - 2008 = 0$  e che  $x \geq 0$ , determinare le ultime quattro cifre prima della virgola di  $x^{4016} - 4016x$ . Quale numero non deve assolutamente rispondere se spera di essere cacciata e tornare alla sua scuola elementare di Sigmafield?

13. Sia  $p(x) = x^{20} + a_{19}x^{19} + a_{18}x^{18} + \dots + a_1x + a_0$  un polinomio, con gli  $a_i$  interi. Sappiamo che, per tutti gli interi  $k$  compresi tra 1 e 20,  $p(k) = 2k$ . Quali sono le ultime 3 cifre di  $p(21)$ ?

### 23. Il vessillo triangolare polinomiale

Il vessillo triangolare polinomiale  $V_1$ , realizzato da Gaussdalf a protezione del regno degli umani, raffigura un triangolo  $T_1$  avente lati di lunghezza 440, 444, 448, il polinomio monico di terzo grado  $P_1(x)$ , che ha come radici proprio le lunghezze dei lati di  $T_1$ , e il magico numero  $q_1$ , pari al quadrato dell'area di  $T_1$ . Il vessillo nemico  $V_2$ , realizzato dal malvagio Tauron, ha le medesime caratteristiche, ma al posto di  $P_1(x)$  figura il polinomio  $P_2(x) = P_1(x) + 1$  associato al tetro triangolo  $T_2$ . Quanto vale  $q_2 - q_1$ ?

5. Sia  $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ . Sapendo che la somma di due delle radici del polinomio vale zero, quale fra le seguenti relazioni tra i coefficienti di  $P(x)$  è sempre vera?  
(A)  $abc = 0$       (B)  $c = ab$       (C)  $c = a + b$       (D)  $b^2 = ac$   
(E) nessuna delle risposte precedenti è corretta.

### 24. La III Fatica, il saggio della montagna

La terza e ultima Fatica imposta ai Galli da Cleopatra consiste nel risolvere l'enigma del venerabile Saggio della Montagna. Il prode Abelix si sottopone coraggiosamente anche a questa prova. Il vecchio lo benda accuratamente, prende il polinomio  $p(x) = \prod_{i=1}^{10} (1 + x^{2^i})$  e a bruciapelo gli chiede quanto vale la somma delle cifre in base 10 di  $p(1000)$ . Come deve rispondere Abelix?